

بنام آنکه جان را فکرت آموخت

پاسخ تشریحی سوالات ریاضی کنکور ارشد بهداشت حرفه ای تیر ماه ۹۶

سوال ۱۰۱- اگر $f(x) = \ln x$ آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3-x) - f(3+x)}{x}$ کدام است ؟

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3-x) - f(3+x)}{x} = \frac{0}{0} \text{ مبهم} \rightarrow \text{hop} \rightarrow \frac{-f'(3-x) - f'(3+x)}{1} = -f'(3) - f'(3) = -2f'(3)$$

$$F(x) = \ln x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} \rightarrow \frac{-2(1)}{3} = \frac{-2}{3}$$

سوال ۱۰۲- اگر $f(x) = \int_0^x \sec t \, dt$ باشد آنگاه $f(0)$ کدام است ؟

$$\ln |\sec x + \tan x + c| = \ln |1 + 0| = 0$$

سوال ۱۰۳- $\int \frac{k}{\sqrt{x}} \cos \sqrt{x} \, dx$ وقتی که k عدد ثابتی است کدام است ؟

$$K \int \frac{1}{x} \cos \sqrt{x} \, dx \quad \sqrt{x} = u \quad \text{و} \quad d(u) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$2k \int \cos(X) = 2k \sin \sqrt{x} + c \quad \text{پاسخ درست در بین گزینه ها نبود و سوال حذف شد.}$$

سوال ۱۰۴- حاصل $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx$ کدام است؟ (سوال تکراری)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\int \sin^3 x \, dx = \int \sin^2 x * \sin x \, dx = \int \sin x * (1 - \cos^2 x) dx$$

$$\cos x = u \implies du = -\sin x \implies -\int 1 - u^2 du = -(u^2 - \frac{u^3}{3}) \implies$$

$$-(\cos x - \frac{1}{3} \cos^3 x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -((0-0) - (1 - \frac{1}{3})) = \frac{2}{3}$$

سوال ۱۰۵ - حاصل $\int \sec x \, dx$ کدام است ؟

$$\int \sec x \, dx = \ln|\sec x + \tan x|$$

سوال ۱۰۶ - حاصل $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \, dx$ کدام است ؟

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \, dx \text{ تجزیه می شود } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x * \cos x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin^2 x) * \cos x$$

$$\sin x = u \implies du = \cos x \, dx \implies \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1 - u^2 \, du = u - \frac{u^3}{3} = \sin x - \frac{\sin^3 x}{3} \Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} \Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \left(1 - \frac{1}{3}\right) - (0 - 0) = \frac{2}{3}$$

دقیقاً مشابه سوال ۱۰۴ حل می شود با عوض کردن u جواب $\frac{2}{3}$ می شود.

سوال ۱۰۷ - حاصل $\int_1^2 \frac{1}{x} \ln x^2 \, dx$ کدام است ؟

$$\int_1^2 \frac{1}{x} \ln x^2 \, dx$$

$$\ln x^2 = u, \quad du = \frac{2}{x}$$

$$\frac{1}{2} \int_1^2 u \, du = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{u^2}{2} + c = \frac{1}{2} \left(\frac{\ln^2 x^2}{2} \right) \Bigg|_1^2 = \ln^2 2$$

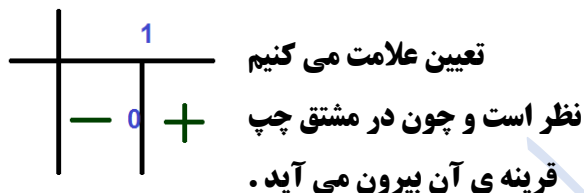
سوال ۱۰۸ - مشتق تابع $f(x) = x|x - 1|$ در نقطه ی صفر کدام است ؟

$$F(x) = x|x - 1| \text{ مشتق در صفر}$$

$$\text{مشتق چپ} = x - x + 1 = +1$$

$$x-1=0 \implies x=1$$

چون مشتق در نقطه ی صفر را می خواهد مشتق چپ مد
و در تعیین علامت جواب منفی شده طبق قوانین قدر مطلق



۱۰۹- حاصل $\lim_{X \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-4}$ چیست؟

هویتال می گیریم (از صورت و مخرج جداگانه مشتق می گیریم)

$$\lim_{X \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-4} = \frac{0}{0}$$

$$\frac{\frac{2x}{2\sqrt{x^2+5}}}{2x} = \frac{\frac{4}{4}}{1} = \frac{1}{6}$$

۱۱۰- $\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$ کدام است ؟

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos^2 x}{2}$$

$$\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} 1 - \cos 2x \, dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} 1 - \cos^2 x = \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\pi}$$

$$\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \sin 2 \frac{\pi}{4} \right) - \left(0 - \frac{1}{4} \sin 2(0) \right) = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} (1) \right) - (0 - 0) = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$$

۱۱۱- حاصل $\int_{-2}^2 \frac{x \, dx}{\sqrt{4-x^2}}$ کدام است ؟

$$4 - x^2 = u \quad du = -2x \, dx$$

$$\int_{-2}^2 \frac{-2x \, dx}{\sqrt{4-x^2}} = -\frac{1}{2} \int_{-2}^2 \frac{1}{\sqrt{u}} \, du = -\frac{1}{2} \left(u^{\frac{-1}{2} + \frac{2}{2}} \right) \Big|_{-2}^2 = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} u^{\frac{1}{2}} \right) = -\frac{1}{4} \sqrt{4-x^2}$$

$$= -\frac{1}{4} ((\sqrt{4-4}) - (\sqrt{4-4})) = 0$$

۱۱۲- حاصل $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2t dt}{\sqrt{2-\cos 2t}}$ کدام مقدار است ؟

$$2 - \cos 2t = u$$

$$2 \sin 2t dt = du$$

$$\frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{u}} du = u^{\frac{-1}{2}+1} = \frac{1}{2} 2u^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2-\cos 2t} \quad \Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \sqrt{2-\cos 2\left(\frac{\pi}{2}\right)} - \sqrt{2-\cos 2(0)}$$

$$= \sqrt{2-1} - \sqrt{2-1} = \sqrt{3} - 1$$

پاسخ درست در بین گزینه ها نبود و سوال حذف شد.

۱۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a(a+x)} - a}{x}$ کدام است ؟

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a(a+x)} - a}{x} = \frac{0}{0} \text{ مبهم} \rightarrow \text{hop} \rightarrow \frac{\frac{a}{2\sqrt{a^2+ax}}}{1} = \frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{a^2}} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

۱۱۴- حاصل انتگرال $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ کدام است ؟

$$\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}} = \int \frac{e^x}{(e^x + e^{-x})e^x} \quad \text{صورت و مخرج در } e^x \text{ ضرب شده اند}$$

$$\int \frac{e^x}{(e^x)^2 + 1} dx \quad u = e^x \quad du = e^x dx$$

$$\int \frac{1}{u^2 + 1} du = \tan^{-1} u + c = \tan^{-1} e^x + c$$

۱۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ کدام است ؟

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) = \infty - \infty = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x} - x}{\sqrt{x} * x} = \frac{\sqrt{x}(1 - \sqrt{x})}{x\sqrt{x}} = \frac{1-0}{0^+} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۱۱۶- $|X - 1| + |2x + 5| = 5$ دارای چند ریشه می باشد؟

چون تابع قدر مطلق است باید یک بار خود تابع و یک بار قرینه ی تابع بررسی شود.

$$|X - 1| + |2x + 5| = 5$$

$$x - 1 + 2x + 5 = 5 \rightarrow 3x + 4 = 5 \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$-x + 1 - (2x + 5) = 5 \rightarrow -3x - 4 = 5 \rightarrow -3x = 9 \rightarrow x = -3$$

تابع دارای دو ریشه می باشد.

۱۱۷- کدامیک از از مقادیر در نا مساوی $\left| \frac{3x+1}{2} \right| < 1$ صدق می کند؟

(چون تابع قدر مطلق است باید یک بار خود تابع و یک بار قرینه ی تابع بررسی شود.)

$$\left| \frac{3x+1}{2} \right| < 1$$

$$\frac{3X+1}{2} < 1 \rightarrow 3x+1 < 2 \rightarrow 3x < 1 \rightarrow x < \frac{1}{3}$$

$$-\frac{3X+1}{2} < 1 \rightarrow -3x-1 < 2 \rightarrow -3x < 3 \rightarrow x < -1$$

در بازه $(-1, \frac{1}{3})$

۱۱۸- اگر $g(x) = \sqrt{x}$ و $gof(x) = |x|$ در این صورت $f(x)$ کدام است ؟

$f(x) = x^2$ و $gof(x) = |x|$ و $g(x) = \sqrt{x}$ یک جاگذاری ساده است .

۱۱۹- بجانب مایل $y = \frac{x^2+3}{2x-4}$ کدام است ؟

$$y = \frac{x^2+3}{2x-4} \rightarrow \frac{1}{2} \left(x - \left| \frac{1}{1} \right. \frac{0}{-2} \right) = \frac{1}{2} (x+2) \rightarrow \frac{x}{2} + 1$$

۱۲۰- بجانب قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{x+3}{x+2}$ کدام است ؟

مجاانب قائم : مخرج برابر صفر قرار می گیرد و بررسی می شود و در مجاانب افقی حد تابع به سمت بی نهایت

بررسی می گردد.

$$\text{مجاانب قائم } f(x) = \frac{x+3}{x+2} \rightarrow x+2=0 \rightarrow x=-2$$

$$\text{مجاانب افقی } f(x) = \frac{x+3}{x+2} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x+2} \rightarrow x=1$$